

演習問題 第2章

1) 式(2.1)を使って、緩和速度 $1/T_1 = 0.1 \text{ s}^{-1}$ を持つ磁化は、磁場に入れてから10秒経過すると熱平衡の何%にまで回復しているか計算せよ。

解答例)

約63%。

あれまあ)

12ページの例題1と同じだった!

変更のアイデア)

問題文を以下に変更する。

式(2.1)を使って、緩和速度 $1/T_1 = 0.1 \text{ s}^{-1}$ を持つ磁化は、磁場に入れてから何秒経過すると熱平衡の95%にまで回復しているか計算せよ。

2) Bloch 方程式(式(2.3))から式(2.1, 2.2)を導け。

解答例)

$B_X = 0, B_Y = 0, B_Z = 0$ として、 X, Y, Z の各成分で整理する。

$$\frac{dM_X}{dt} = \frac{1}{T_2} M_X + \gamma B_0 M_Y \quad (1)$$

$$\frac{dM_Y}{dt} = -\gamma B_0 M_X - \frac{1}{T_2} M_Y \quad (2)$$

$$\frac{dM_Z}{dt} = -\frac{M_Z - M_0}{T_1} \quad (3)$$

初期値は本文から $M_X(t=0) = M_0, M_Y(t=0) = 0, M_Z(t=0) = 0$ とすると、 dM_Z/dt の式から式(2.1)を得ることが出来る。式(2.2)は(結果を知っているので) $M_X + iM_Y = M$ とまとめて解くことも考えられるが、地道に...式(1, 2)から

$$-\frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{\gamma B_0} \left(\frac{dM_X}{dt} + \frac{M_X}{T_2} \right) \right\} = \gamma B_0 M_X - \frac{1}{T_2} \left\{ \frac{1}{\gamma B_0} \left(\frac{dM_X}{dt} + \frac{M_X}{T_2} \right) \right\} \quad (4)$$

これを整理して

$$\frac{d^2}{dt^2} M_X + \frac{2}{T_2 \gamma B_0} \frac{d}{dt} M_X + \gamma^2 B_0^2 + \frac{M_X}{T_2} = 0 \quad (5)$$

この解は

$$M_X = A \exp\left(-\frac{t}{T_2} + i\gamma B_0 t\right) + B \exp\left(-\frac{t}{T_2} - i\gamma B_0 t\right) \quad (6)$$

の形になり、 $M_X(t=0) = M_0$ という初期値と M_X は実数ということから $A = B = M_0$ となり、式 (2.2) の M_X の式を得る (実は、式 (2.4) も使う - > 訂正に)。得られた M_X の式を式 (1) に代入すると M_Y の式を得ることが出来る。

訂正)

問題文を

Bloch 方程式 (式 (2.3)) と式 (2.4) から式 (2.1, 2.2) を導け。ただし、磁化の初期値は $M_X(t=0) = M_0, M_Y(t=0) = 0, M_Z(t=0) = 0$ とする。

に訂正。また、13ページの欄外の注も「演習問題2で式(2.3), (2.4)から式(2.1), (2.2)を導く。」にしないと..

3) 9.4 T の磁場における水素核のラーモア周波数を測定したところ 400 MHz であった。水素核 (^1H) の磁気回転比 γ ($\text{s}^{-1}\text{T}^{-1}$) を求めよ。この測定では γ の符号は決まらない。

解答例)

式 (2.4) から

$$\gamma = -2\pi\nu/B_0 = -2\pi \times 400 \times 10^6/9.4 \sim -2.67 \times 10^8 \quad (7)$$

訂正) 問題文の ($\text{s}^{-1}\text{T}^{-1}$) を ($\text{rad s}^{-1}\text{T}^{-1}$) に。

4) 位相 X の 90 度パルスの長さが $10\mu\text{s}$ であったときに、パルスにより磁化が YZ 平面を回る周波数を求めよ。

解答例)

360 度 (一周) 回るのに $40\mu\text{s}$ なのだから、回転周波数は $10^6/40 \sim 25 \text{ kHz}$ である。

5) 問 4 が ^1H に対する結果であったの場合、コイルから発生している振動磁場の大きさ B_1 は何テスラになるか計算せよ (問 3 を参考にせよ)

解答例)

式 (2.4) の B_0 の代わりに B_1 を入れて計算すると、 $B_1 = 5.88 \times 10^{-4} \text{ T}$ 。ガウスで表すと約 6 ガウス。

6) 炭素 13 (^{13}C) の磁気回転比は水素のほぼ $1/4$ である。 ^{13}C に対する 90 度パルス長が $10\mu\text{s}$ であったときに、パルスにより磁化が YZ 平面を回る周波数を求めよ。また、その

場合の振動磁場の大きさ B_1 は何テスラになるか計算せよ (4 章の章末問題 4 参照)

解答例)

問 4 と同じで、回転周波数は 90 度パルス幅から 25kHz になる。磁場の大きさは問 5 に磁気回転比の比 $\sim 1/4$ を代入して、約 2.4 mT と与えられる。

[誤植]

上記の変更・訂正以外に 2 章に明らかな誤植は未だ見つかっていません。