

演習問題 第6章

1) 良く行われる実験にパルスを一発照射してFIDを観測するというものがある。ピークが1本でそのZ磁化の大きさを M_0 としよう。これにX方向から90度パルスを照射すると、磁化はY軸に倒れる。従って、パルス直後に観測されるY磁化の大きさは当然 M_0 である。90度ではなくて45度のパルスを用いると図6.5の様にZ磁化の一部はZY平面内に留まり、Y磁化として観測される磁化の大きさは $\frac{\sqrt{2}M_0}{2}$ となるだろう。

さて、横磁化が T_2 で緩和した後でさらに90度パルスを照射すると、Z軸に残っていた磁化が観測されて、その大きさは最初のFID信号を観測している間の T_1 緩和を無視すると $\frac{\sqrt{2}M_0}{2}$ となるだろう。最初の信号と加算すると、この2回の測定で M_0 の磁化から $\sqrt{2}M_0$ だけの横磁化を得ることが出来た。つまり—90度パルスを使うよりも45度パルス~観測~90度パルス~観測を行った方が信号が $\sqrt{2}$ 倍大きくなるので、信号/雑音比 (signal-to-noise ratio: SN比) が良くなる! —わけではないので、

a) そうならない (SN比が上がらない) 理由を考えよ。

b) 上の例、つまり最初のパルスが45度~2番目が90度を一般化して (θ_1 ~観測~ θ_2 ~観測... θ_i ~観測... : ここで θ_i は*i*番目のパルス幅) としたときの、横磁化の和が最大になる θ_i パルスシーケンスを考えてみよ。

解答例)

a) ノイズも $\sqrt{2}$ 倍になる (章末問題4.5) から。

b) n 回の観測の信号の和は

$$M_{\text{sum}} = M_0 \{ \sin \theta_1 + \cos \theta_1 \sin \theta_1 + \dots + (\cos \theta_1 \cos \theta_2 \dots \cos \theta_{n-2} \sin \theta_{n-1}) + (\cos \theta_1 \cos \theta_2 \dots \cos \theta_{n-1} \sin \theta_n) \}$$

最後のパルス角 θ_n は90度 ($\pi/2$) の時に信号強度が最大になる。最後の2項を共通項でくくると

$$M_{\text{sum}} = M_0 \{ \sin \theta_1 + \cos \theta_1 \sin \theta_1 + \dots + (\cos \theta_1 \cos \theta_2 \dots \cos \theta_{n-2}) (\sin \theta_{n-1} + \cos \theta_{n-1}) \}$$

となる。ここで、 $\sin \theta_{n-1} + \cos \theta_{n-1}$ は $\theta_{n-1} = 45$ 度で最大になり、

$$M_{\text{sum}} = M_0 \{ \sin \theta_1 + \cos \theta_1 \sin \theta_1 + \dots + (\cos \theta_1 \cos \theta_2 \dots \cos \theta_{n-2}) \sqrt{2} \}$$

また、最後の2項を共通項でくくると、次は $\sin \theta_{n-2} + \sqrt{2} \cos \theta_{n-2}$ を最大にする θ_{n-2} となり、その時 $\sin \theta_{n-2} + \sqrt{2} \cos \theta_{n-2} = \sqrt{3}$ となる。一般的に $\theta_k = \frac{\pi}{2} - x_{n-k}$ で $\cos x_k = \sqrt{\frac{k}{k+1}}$

で与えられ, その時の磁化は

$$M_{\text{sum}} = \sqrt{n}$$

となる. 適切なパルス角を用いた測定では, n 回測定により観測される磁化の大きさは \sqrt{n} 倍になる.

コメント)

つまり, 100 回に分けると 10 倍に !! なるけど, ノイズも \sqrt{n} 倍になるので, SN は同じ .. あたりまえですね. むしろ測定時間を考えると損かな? 観測中に T_1 で回復する分を考えると, T_1 と観測時間の関係によっては得になるのかもですね.

この間は高専生までの算数しか使っていないので入試問題にいいかも?